

Procesos Estocásticos

Tema 1. Clase 1

Douglas Rivas

Escuela de Estadística





Introducción

Variable aleatoria

$X : \Omega \rightarrow R$ tal que $X^{-1}(I) \in \mathfrak{A}$
 $I \subseteq R$ y además se cumple que
 $P[X^{-1}(I)] = P[\omega/X(\omega) \in I]$

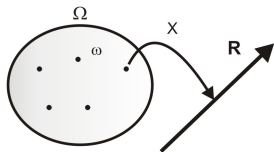


Introducción

Variable aleatoria

$X : \Omega \rightarrow R$ tal que $X^{-1}(I) \in \mathfrak{A}$
 $I \subseteq R$ y además se cumple que
 $P[X^{-1}(I)] = P[\omega / X(\omega) \in I]$

Variable Aleatoria





Introducción

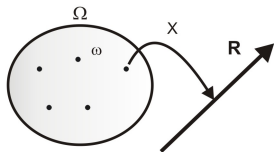
Variable aleatoria

$X : \Omega \rightarrow R$ tal que $X^{-1}(I) \in \mathfrak{A}$
 $I \subseteq R$ y además se cumple que
 $P[X^{-1}(I)] = P[\omega / X(\omega) \in I]$

Vector aleatorio

$\underline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_k)$ es un vector aleatorio
definido en (Ω, \mathcal{A}, P) si y solo si cada
 $X_i (i = 1, 2, \dots)$ es una variable aleatoria en
 (Ω, \mathcal{A}, P)

Variable Aleatoria



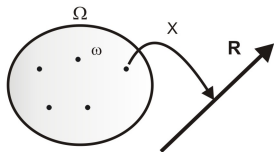


Introducción

Variable aleatoria

$X : \Omega \rightarrow R$ tal que $X^{-1}(I) \in \mathfrak{A}$
 $I \subseteq R$ y además se cumple que
 $P[X^{-1}(I)] = P[\omega/X(\omega) \in I]$

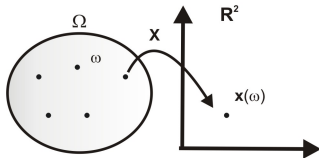
Variable Aleatoria



Vector aleatorio

$\underline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_k)$ es un vector aleatorio
definido en $(\Omega, \mathfrak{A}, P)$ si y solo si cada
 $X_i (i = 1, 2, \dots)$ es una variable aleatoria en
 $(\Omega, \mathfrak{A}, P)$

Vector Aleatorio





Definición

Proceso Estocástico

Un proceso estocástico sobre (Ω, \mathcal{A}, P) , es una función $X : \Omega \times T \rightarrow E$ tal que a la pareja (ω, t) se le asocia un valor en E representado por $X(\omega, t)$

- ✓ Ω representa el espacio muestral de un experimento aleatorio.
- ✓ T representa un conjunto de valores asociados generalmente con el tiempo o el espacio.

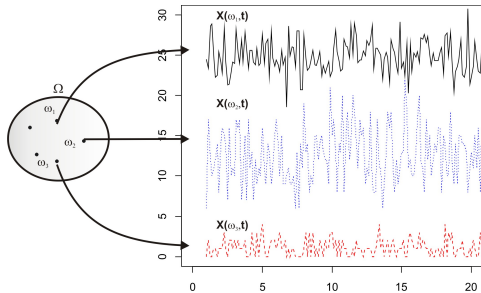


Definición

Proceso Estocástico

Un proceso estocástico sobre (Ω, \mathcal{A}, P) , es una función $X : \Omega \times T \rightarrow E$ tal que a la pareja (ω, t) se le asocia un valor en E representado por $X(\omega, t)$

- ✓ Ω representa el espacio muestral de un experimento aleatorio.
- ✓ T representa un conjunto de valores asociados generalmente con el tiempo o el espacio.





Ejemplo

Ejemplo

Supongamos que una línea de taxi de Mérida tiene a su disposición n vehículos. Se está interesado en estudiar la velocidad de los vehículos cuando hacen un viaje de Mérida al vigía. En este caso podemos definir $X(\omega, t)$ como la velocidad del vehículo ω al tiempo t de haber comenzado el recorrido. Por supuesto la velocidad registrada depende del auto y del instante de tiempo en el que se mida la velocidad.

Notemos que la parte aleatoria de un proceso estocástico viene dada por Ω . Por lo tanto, para cada instante t tendremos una variable aleatoria distinta representada por X_t , con lo que un proceso estocástico puede interpretarse como una sucesión de variables aleatorias cuyas características pueden variar a lo largo del tiempo

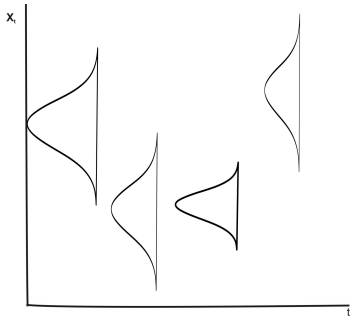


Ejemplo

Ejemplo

Supongamos que una línea de taxi de Mérida tiene a su disposición n vehículos. Se está interesado en estudiar la velocidad de los vehículos cuando hacen un viaje de Mérida al vigía. En este caso podemos definir $X(\omega, t)$ como la velocidad del vehículo ω al tiempo t de haber comenzado el recorrido. Por supuesto la velocidad registrada depende del auto y del instante de tiempo en el que se mida la velocidad.

Notemos que la parte aleatoria de un proceso estocástico viene dada por Ω . Por lo tanto, para cada instante t tendremos una variable aleatoria distinta representada por X_t , con lo que un proceso estocástico puede interpretarse como una sucesión de variables aleatorias cuyas características pueden variar a lo largo del tiempo





Definiciones

Proceso Estocástico

Un proceso estocástico sobre (Ω, \mathcal{A}, P) con espacio de estados E y conjunto de índices T , es una familia de variables aleatorias representada por $\{X_t : t \in T\}$.

Espacio de Estados

Es el conjunto de todos los posibles valores de X_t .

Espacio del Parámetro

Es el conjunto de posibles índices, usualmente es $[0, \infty)$; $(-\infty, \infty)$; $\{1, 2, 3, \dots\}$; etc. Usualmente T representa un conjunto de tiempo.

$$\{X_t : t \in T\} \equiv \{X_t(\omega) : \omega \in \Omega; t \in T\} \equiv \{X_t\}_{t \in T}$$



Contenido Visto

- ✓ Definición de Variable aleatoria y Vector aleatorio.



Contenido Visto

- ✓ Definición de Variable aleatoria y Vector aleatorio.
- ✓ Definición de Proceso Estocástico, visto como una función de dos variables.



Contenido Visto

- ✓ Definición de Variable aleatoria y Vector aleatorio.
- ✓ Definición de Proceso Estocástico, visto como una función de dos variables.
- ✓ Definición de Procesos estocástico como sucesión de variables aleatorias.



Contenido Visto

- ✓ Definición de Variable aleatoria y Vector aleatorio.
- ✓ Definición de Proceso Estocástico, visto como una función de dos variables.
- ✓ Definición de Procesos estocástico como sucesión de variables aleatorias.
- ✓ Definición de Espacio de Estados y Conjunto de Indices.



Contenido Visto

- ✓ Definición de Variable aleatoria y Vector aleatorio.
- ✓ Definición de Proceso Estocástico, visto como una función de dos variables.
- ✓ Definición de Procesos estocástico como sucesión de variables aleatorias.
- ✓ Definición de Espacio de Estados y Conjunto de Indices.
- ✓ **Variable Aleatoria y Trayectoria de un Proceso Estocástico.**



Contenido Visto

- ✓ Definición de Variable aleatoria y Vector aleatorio.
- ✓ Definición de Proceso Estocástico, visto como una función de dos variables.
- ✓ Definición de Procesos estocástico como sucesión de variables aleatorias.
- ✓ Definición de Espacio de Estados y Conjunto de Indices.
- ✓ Variable Aleatoria y Trayectoria de un Proceso Estocástico.
- ✓ **Clasificación de un Proceso Estocástico.**



Actividad

TRAER RESUELTOS LOS EJERCICIOS 1, 2 Y 3